Jochen Weber

Quadratische Ungleichungen

Beispiele:

1 $x^2 - 6x + 5 \leq 0$

2 $x^2 - 4x > 0$

3 $2x^2 + 8x - 3 \geq -6$

4 $x^2 - 6x + 5 \geq -3$

5 $\frac{1}{2}x^2 - x < 2{,}5$

6 $-3x^2 + 5x - 4 \leq 2$

7 $-0{,}5x^2 + 0{,}5x + 1 > 0{,}75x + 2{,}5$

Lösungen:

1 $x^2-6x+5\leq 0$

Nullstellen bestimmen:

$x^2-6x+5=0$

$(x-1)(x-5)=0 \quad \Rightarrow x_1=1 \qquad x_2=5$

Skizze:

$IL=\left[1;5\right]$

2 $x^2-4x>0$

Nullstellen bestimmen:

$x^2-4x=0$

$x(x-4)=0 \quad \Rightarrow x_1=0 \qquad x_2=4$

Skizze:

$IL=\left]-\infty;0\right[\cup\left]4;\infty\right[$

3 $2x^2+8x-3\geq -6 \quad \Rightarrow 2x^2+8x+3\geq 0$

Nullstellen bestimmen:

$2x^2+8x+3=0$

$$x_{1/2}=\frac{-8\pm\sqrt{64-4\cdot 2\cdot 3}}{4}=\frac{-8\pm\sqrt{64-24}}{4}=\frac{-8\pm\sqrt{40}}{4}$$

$$\Rightarrow x_1=-2+\frac{1}{2}\sqrt{10} \qquad x_2=-2-\frac{1}{2}\sqrt{10}$$

Skizze:

$$IL=\left]-\infty;-2-\frac{1}{2}\sqrt{10}\right]\cup\left[-2+\frac{1}{2}\sqrt{10};\infty\right[$$

4 $x^2-6x+5\geq -3 \quad \Rightarrow x^2-6x+8\geq 0$

Nullstellen bestimmen:

$x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0 \quad \Rightarrow x_1=2 \qquad x_2=4$

Skizze:

$IL=\left]-\infty;2\right]\cup\left[4;\infty\right[$

5 $\frac{1}{2}x^2-x<2{,}5 \quad \Rightarrow \frac{1}{2}x^2-x-2{,}5<0$

Nullstellen bestimmen:

$\frac{1}{2}x^2-x-2{,}5=0$

$$x_{1/2}=\frac{1\pm\sqrt{1-4\cdot\frac{1}{2}\cdot(-2{,}5)}}{1}=\frac{1\pm\sqrt{6}}{1}$$

$\Rightarrow x_1=1+\sqrt{6} \qquad x_2=1-\sqrt{6}$

Skizze:

$IL=\left]1-\sqrt{6};1+\sqrt{6}\right[$

6 $-3x^2+5x-4\leq 2 \quad \Rightarrow -3x^2+5x-6\leq 0$

Nullstellen bestimmen:

$-3x^2+5x-6=0$

$$x_{1/2}=\frac{-5\pm\sqrt{25-4\cdot(-3)\cdot(-6)}}{-6}=\frac{-5\pm\sqrt{25-47}}{-6}$$

$\Rightarrow$ keine Lösung

Skizze:

$IL=IR$

7 $-0,5x^2+0,5x+1>0,25x-0,5 \quad \Rightarrow -0,5x^2+0,25x+1,5>0$

Nullstellen bestimmen:

$-0,5x^2+0,25x+1,5=0$

$$x_{1/2}=\frac{-0,25\pm\sqrt{0,0625-4\cdot(-0,5)\cdot 1,5}}{-1}=\frac{-0,25\pm\sqrt{3,0625}}{-1}=\frac{-0,25\pm 1,75}{-1}$$

$\Rightarrow x_1=2 \qquad x_2=-1,5$

Skizze:

$IL=\left]-1,5;2\right[$